第二章 风险与收益

第一节 单项资产的投资收益率和风险

一、单项资产投资收益率

公式：投资收益率=（期末资产价格-期初资产价格）/期初资产价格

对于普通股而言： Rt= （**Dt + (Pt - Pt-1)**）/ **Pt-1**

Rt ：第 t 期的实际（期望）投资收益率；

Dt ：第 t 期期末获得的现金股利；

Pt ：第 t 期期末股价；

Pt-1 ：第 t-1 期期末股价。

二、单项资产投资风险及风险衡量

单项资产投资的风险是实际收益低于预期收益的可能性。

（一）概率分布

1.概率：用百分比的形式表示的某一事件发生的可能性。

2.概率分布：假定可能的投资收益率是一系列随机变量，并已知随机变量发生的概率，

那么一系列可能的投资收益率和与之对应发生的概率，就构成概率分布。

3.概率分布的两个衡量标准：

（1）期望收益率（Expected return)可能收益率在以收益发生的可能性（概率）为权

$$E(R)=\sum_{i=1}^{n}R_iP_i$$

数时的加权平均数，即

（2）标准差（Standard deviation)：一种衡量变量的分布偏离中值的程度的统计方法。

即 $$\sigma=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}[R_i-E(R)]^2(P_i)}$$ 。

它是方差的平方根，

。

【例题】6

【例题】

可能的收益率R_i	概率P_i	$R_i * P_i$	$P_i[R_i-E(R)]^2$
-0.1	0.05	-0.005	0.001805
-0.02	0.1	-0.002	0.00121
0.04	0.2	0.008	0.0005
0.09	0.3	0.027	5.77779E-35
0.14	0.2	0.028	0.0005
0.2	0.1	0.02	0.00121
0.28	0.05	0.014	0.001805
Σ	1	0.09	0.00703
			0.083845095

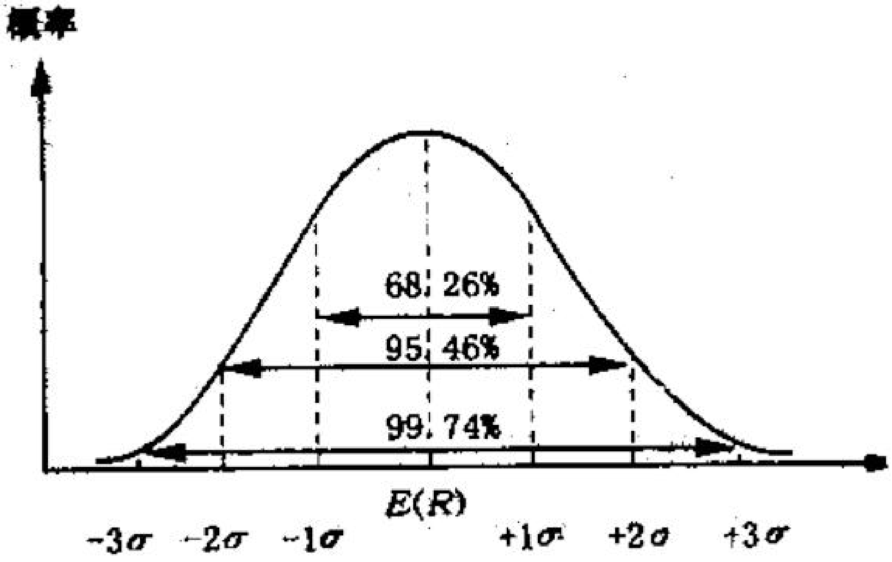
概率分布　期望收益率E（R）　方差　标准差

$$\sigma=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}[R_i-E(R)]^2(P_i)}$$

（二）正态分布

【例题】

（二）正态分布



设收益率分布是期望收益率为 10%和标准差为 20%的正态分布。

a.实际收益率大于或等于 10%的概率

b.实际收益率大于或等于 20%的概率

若连续型随机变量 x 服从参数为μ和 σ的正态分布，x 具有如下分布函数：

，上式可化为标准正态分布函数

，由标准正态分布表可直接查出 x<x0 概率值为

。

已知μ =E(R)=10%, σ=σ (R)=20%, 则

$$F(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}dt$$

令 $u=\frac{x-\mu}{\sigma}$ ，上式可化为标准正态分布函数 $F(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\frac{x-\mu}{\sigma}}e^{-\frac{u^2}{2}}du=\Phi(\frac{x-\mu}{\sigma})$；

令 $Z=\frac{x-\mu}{\sigma}$，由标准正态分布表可直接查出 $x<x_0$ 概率值为

$$P(x<x_0)=P(Z<\frac{x_0-\mu}{\sigma})=\Phi(\frac{x_0-\mu}{\sigma})$$ 。

已知μ =E(R)=10%, σ=σ (R)=20%, 则 $Z=\frac{R-E(R)}{\sigma(R)}=\frac{R-100\%}{20\%}$

a. 实际收益率大于或等于 10%的概率

$$P(R\geq 10\%)=1-P(R<10\%)=1-P(Z<\frac{10\%-10\%}{20\%})=1-P(Z<0)=0.5=50\%$$；

b. 实际收益率大于或等于 20%的概率

$$P(R\geq 20\%)=1-P(R<20\%)=1-P(Z<\frac{20\%-10\%}{20\%})=1-P(Z<0.5)$$
$$=1-0.6915=0.3085=30.85\%$$

（三）标准离差率（方差系数）(Coefficient of variation, CV)是概率分布的标准差与期望值的比率。它是相对风险的衡量标准，即方差系数（CV）$=\frac{\sigma}{E(R)}$。

	投资 A	投资 B
期望收益率，$\overline{R}$	0.08	0.24
标准差 σ	0.06	0.08
标准离差率 CV	0.75	0.33

第二节 资产组合的投资收益率和风险

一、 资产组合

资产组合由多项资产结合形成的总投资。

二、 资产组合的收益率

资产组合的收益率:组合内每项资产期望收益率的加权平均，权数为每一资产的投资占

总投资的比重，权数的总和为 100%。

$$E(R_p)=\sum_{i=1}\omega_i \times E(R_i)$$

ω i:第 i 项资产占总投资的比重或权数;

E(Ri):第 i 项资产的期望收益率;

n:资产组合中的资产总数;

三、 资产组合的风险及风险衡量

（一）两个随机变量的相关程度:

协方差:

$$\sigma_{SU}=\sum_{i=1}^{n} P_i \times [R_{Si}-E(R_S)][R_{Ui}-E(R_U)]$$

计算资产S与U之间的协方差

P_i	R_s	$R_s-E(R_s)$	R_u	$R_u-E(R_u)$	$P_i[R_s-E(R_s)][R_u-E(R_u)]$
0.2	0.25	0.075	0.05	-0.075	-0.0011
0.3	0.20	0.025	0.10	-0.025	-0.0002
0.3	0.15	-0.025	0.15	0.025	-0.0002
0.2	0.10	-0.075	0.20	0.075	-0.0011
					σ_{SU}=-0.0026

（二）相关系数：

$\rho_{SU}=\dfrac{\sigma_{SU}}{\sigma_S\times\sigma_U}$　　σ_S—资产 S 的标准差 ，σ_U—资产 U 的标准差。

ρ_{SU} 是衡量两个随机变量之间相关程度的统计指标，其中 $-1\le\rho_{SU}\le+1$；

$\rho_{SU}=+1\Rightarrow$　　资产 S 与资产 U 完全正相关；

$\rho_{SU}=-1\Rightarrow$　　资产 S 与资产 U 完全负相关。

（三）资产组合的风险衡量

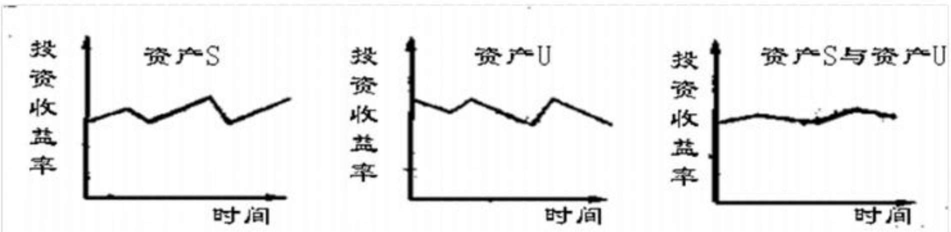
资产组合收益率的方差：$\sigma_P^2=\omega_S^2\times\sigma_S^2+\omega_U^2\times\sigma_U^2+2\times\omega_S\times\omega_U\times\sigma_{SU}$，

$\omega_S\rightarrow$ 资产 S 的投资比重 $\omega_U\rightarrow$ 资产 U 的投资比重。

如果用 $\sigma_s\sigma_U\rho_{SU}$ 取代协方差 σ_{SU}，有下式

$\sigma_P^2=\omega_S^2\times\sigma_S^2+\omega_U^2\times\sigma_U^2+2\times\omega_S\times\omega_U\times\sigma_S\times\sigma_U\times\rho_{SU}$。

通过资产组合降低风险：资产收益率之间处于不完全正相关



第三节 风险与期望收益率之间的关系

——资本资产定价模型

一、系统风险和非系统风险

总风险=系统风险+非系统风险。

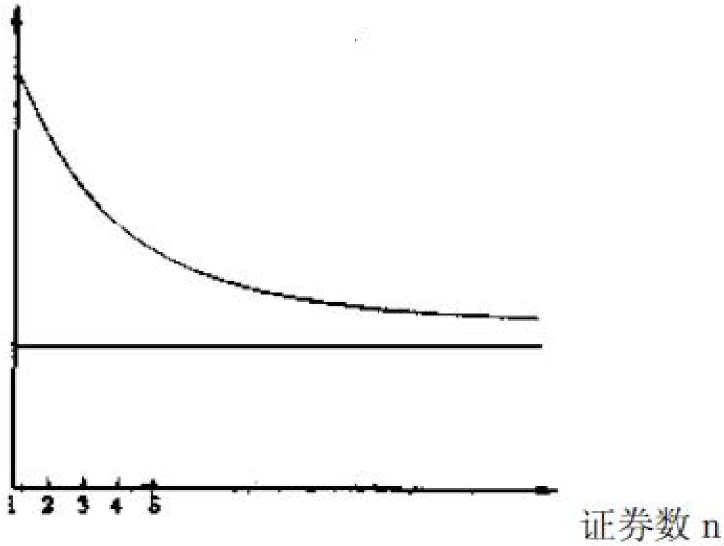
（一）系统风险包括不可分散风险或市场风险 ，是指因宏观经济形势的变化而对市场上所

有资产造成经济损失的可能性。

（二）非系统风险包括可分散风险或某公司特有的风险，是指那些通过资产组合的多元化可

以消除掉的风险。

（三）相关风险：个别资产对资产组合整体风险的贡献。

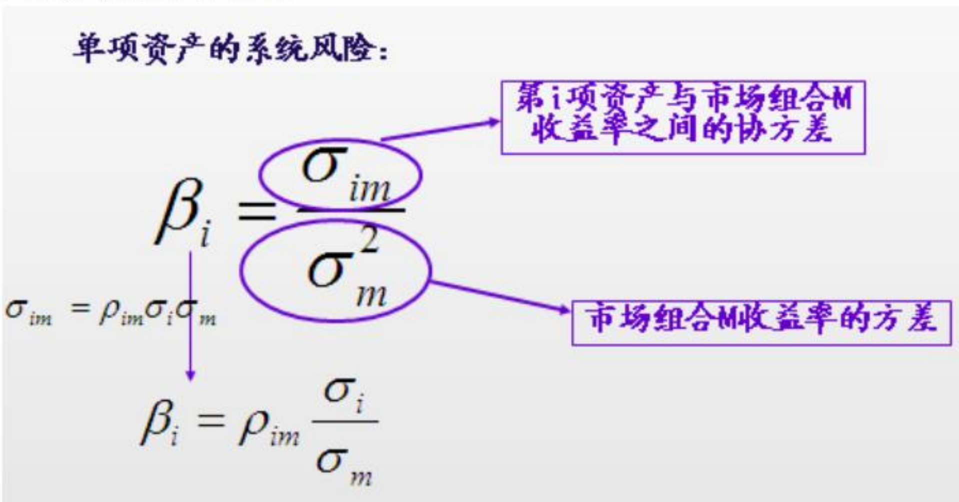


二、衡量系统风险的贝他系数

（一）市场组合（market portfolio)包括所有资产在内的有效资产组合，通常用股票市场 指数表示。

（二）单项资产的系统风险如下：

（二）单项资产的系统风险如下：

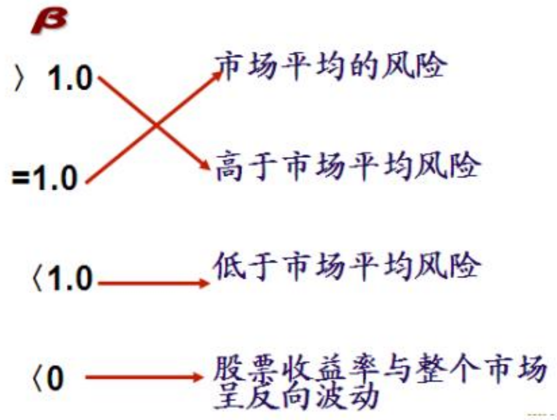


（三）公司股票收益率的分布如下：

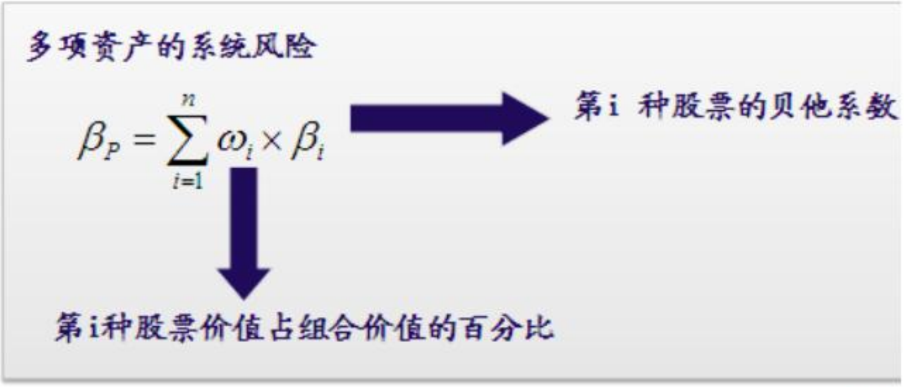
市场收益率	股票收益率	概率	股票的期望收益率
15%	20%	50%	20%×0.5+16%×0.5=18%
	16%	50%	
-10%	-16%	50%	(-16%)×0.5+(-10%)×0.5=-13%
	-10%	50%	

ΔR_m=15%-(-10%)=25%；$\Delta E(R_i)$=18%-(-13%)=31%

$\beta=\dfrac{\Delta E(R_i)}{\Delta R_m}=\dfrac{31\%}{25\%}=1.24$，即市场收益率每增加 1%，股票的期望收益率就增加 1.24%。



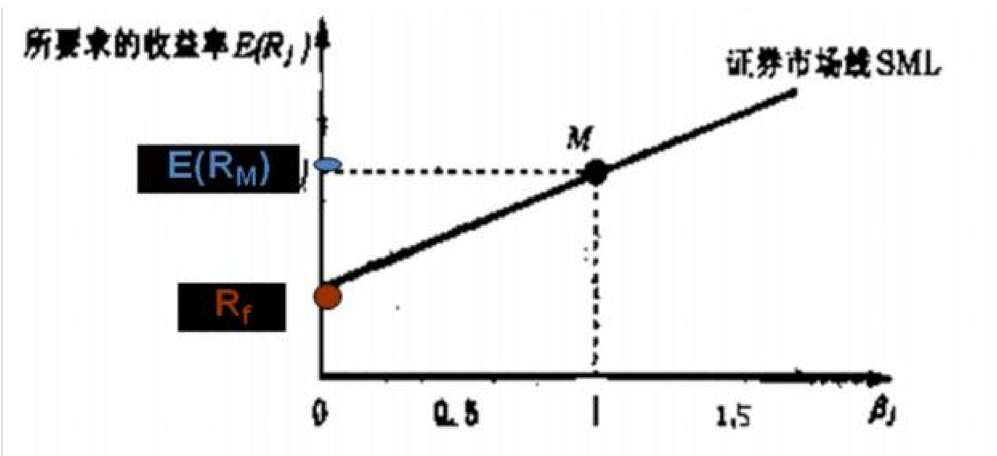
（四）多项资产的系统风险如下：



（五）资本资产定价模型（Capital Assets Pricing Model,CAPM）

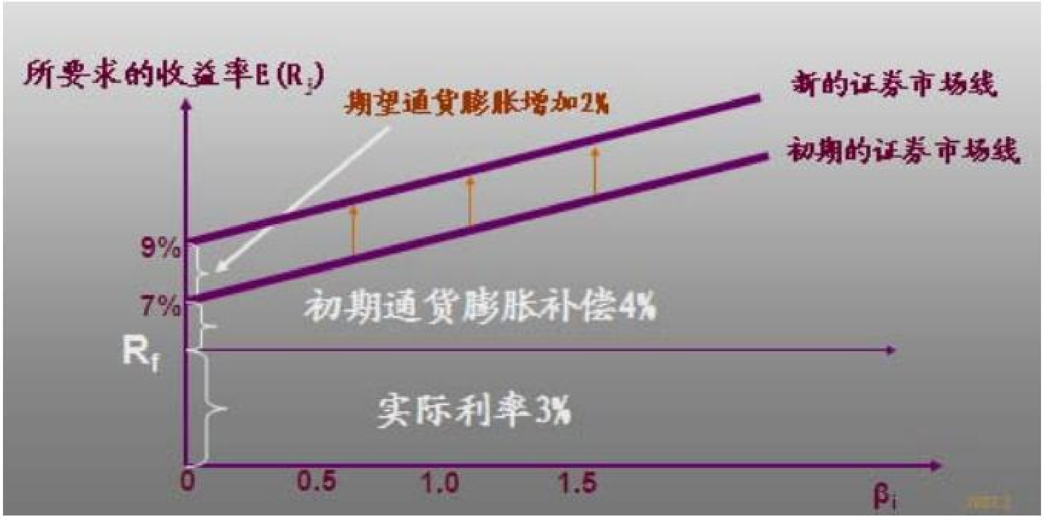
1. $E(R_j) = R_f + (E(R_M) - R_f)\cdot \beta_j$

$E(R_j)$------投资者对第 j 种证券所要求的收益率；
R_f---------无风险利率；
$E(R_M)$------对包括市场上所有证券在内的市场组合所要求的期望收益率；
β_j---------第 j 种股票的贝他系数
$(E(R_M)-R_f)$---市场组合的风险补偿或风险的市场价格；
$(E(R_M)-R_f)\beta_j$-对第 j 种股票的风险补偿。
2.资本资产定价模型的图形表示：
证券市场线



（六）影响投资者所要求收益率的因素

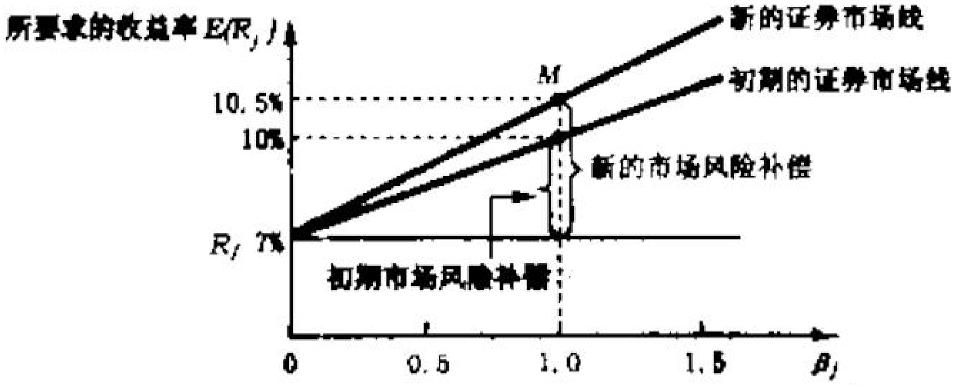
1.通货膨胀预期的变化：无风险利率 R_f=实际利率+期望通货膨胀补偿。



2.投资者对风险态度的变化

（1）证券市场线的斜率反映投资者对风险的厌恶程度；

（2）对风险厌恶程度的增加，投资者要求有更高的风险补偿。



（七）贝他系数的变化：$E(R_j)=R_f+(E(R_M)-R_f)\times\beta_j$

（七）贝他系数的变化： $E(Rj)=Rf+(E(RM)-Rf)\cdot\beta j$

第四节 风险与收益的进一步讨论

一、衡量资产组合的风险

【例题】

	A公司股票	B公司股票
期望收益率E(R)	0.10	0.18
标准差σ	0.08	0.22
投资比重W	0.40	0.60

$E(R_P)=\omega_A\times E(R_A)+\omega_B\times E(R_B)$ 并且 $\omega_A+\omega_B=1$，

$E(R_P)=0.4\times 0.10+0.6\times 0.18=0.148$

(2)组合资产收益率的方差：$\sigma_P^2=\omega_A^2\times\sigma_A^2+\omega_B^2\times\sigma_B^2+2\times\omega_A\times\omega_B\times\sigma_A\times\sigma_B\times\rho_{AB}$

两种资产的相关性不会对资产组合期望收益率产生影响，但却关系到资产组合的风险。

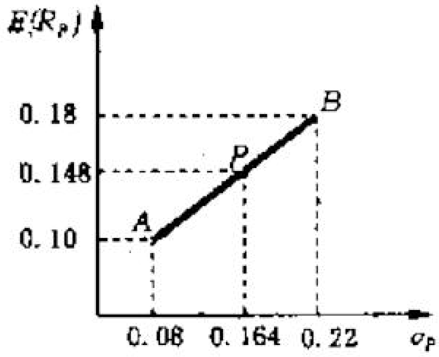
$\longrightarrow \quad \rho_{AB}=1$

$\sigma_P^2=\omega_A^2\times\sigma_A^2+\omega_B^2\times\sigma_B^2+2\times\omega_A\times\omega_B\times\sigma_A\times\sigma_B\times\rho_{AB}=(\omega_A\times\sigma_A+\omega_B\times\sigma_B)^2\mapsto\sigma_P=\omega_A\times\sigma_A+\omega_B\times\sigma_B$

(3)资产组合的风险仅取决于个别资产的标准差及投资比重：

$\sigma_P=0.4\times 0.08+0.6\times 0.22=0.164$

.

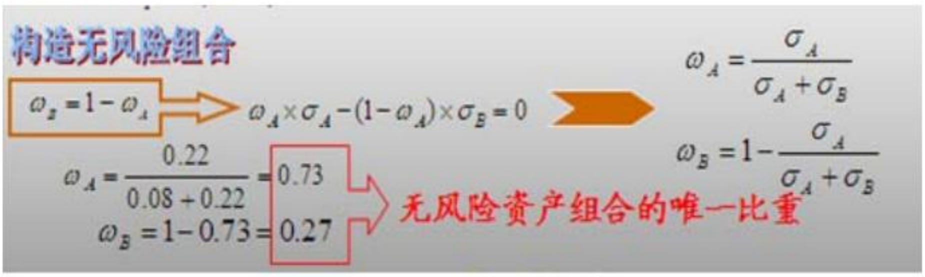


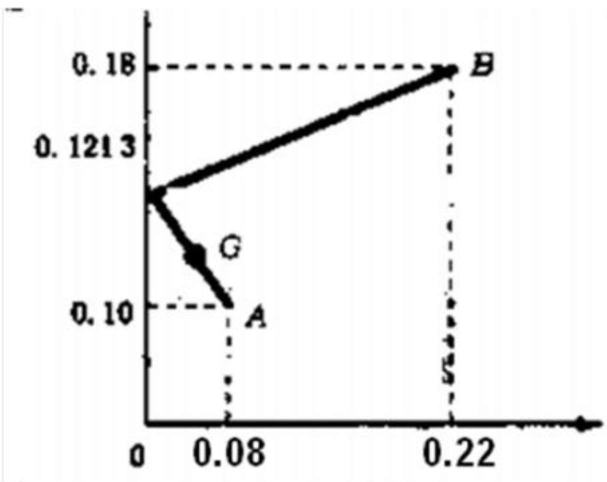
当 $\rho_{AB}=1$ 时，公司股票 A 与 B 构成资产组合的收益和风险

$\longrightarrow \qquad \rho_{AB}=-1$

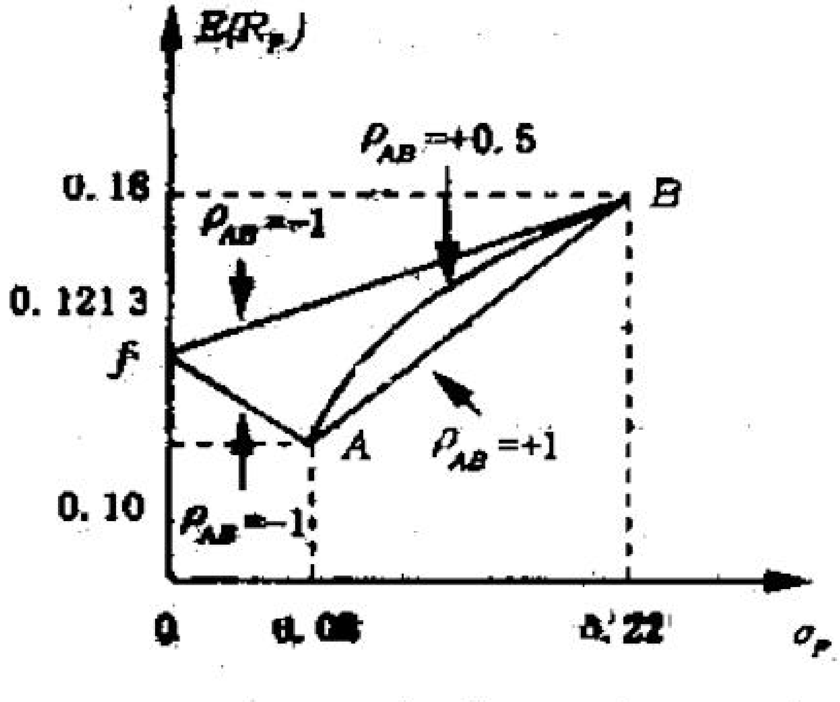
$$\sigma_P^2=\omega_A^2\times\sigma_A^2+\omega_B^2\times\sigma_B^2+2\times\omega_A\times\omega_B\times\sigma_A\times\sigma_B\times\rho_{AB}=(\omega_A\times\sigma_A-\omega_B\times\sigma_B)^2$$
$$\mapsto\sigma_P=\pm(\omega_A\times\sigma_A-\omega_B\times\sigma_B)$$

$$\sigma_P=(-0.4)\times0.08+0.6\times0.22=0.10$$





$-1\le\rho_{AB}\le+1$



两种股票的相关性越低，其资产组合曲线弯度越大。

二、n 项资产所构成资产组合风险的衡量

n 项资产所构成资产组合的风险是由资产组合收益率的方差σ2 P表示

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\omega_i\omega_j\sigma_{ij}$$

。

n －资产组合内不同资产的总数

ω i-第 i 项资产占资产组合总投资的比重

ω j-第 j 项资产占资产组合总投资的比重

σij-第 i 项资产与第 j 项资产收益率之间的协方差

当 i=j 时，协方差σij 就是某项资产的方差,计算结果与资产的先后次序无关。

以第一项和第二项资产共同构成的两项资产组合方差σ2 P为例

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\omega_i\omega_j\sigma_{ij} = \omega_1^2 \times \sigma_1^2 + \omega_1 \times \omega_2 \times \sigma_{12} + \omega_2 \times \omega_1 \times \sigma_{21} + \omega_2^2 \times \sigma_2^2$$

$$= \omega_1^2 \times \sigma_1^2 + 2\omega_1 \times \omega_2 \times \sigma_{12} + \omega_2^2 \times \sigma_2^2$$

两项资产构成资产组合收益率方差的方阵：

$i \backslash j$	1	2
1	$\omega_1^2 \times \sigma_1^2$	$\omega_1 \times \omega_2 \times \sigma_{12}$
2	$\omega_2 \times \omega_1 \times \sigma_{21}$	$\omega_2^2 \times \sigma_2^2$

$\alpha(i,j) = \omega i \cdot \omega J \cdot \sigma\ IJ$ 表示在方阵中的每一个要素，i 和 j 分别表示方阵第 i 行和第 j 列。

n 项资产构成资产组合收益率方差的方阵：

$i \backslash j$	1	2	…	n
1	$\omega_1^2\sigma_1^2$	$\omega_1\omega_2\sigma_{12}$		$\omega_1\omega_n\sigma_{1n}$
2	$\omega_2\omega_1\sigma_{21}$	$\omega_2^2\sigma_2^2$		$\omega_2\omega_n\sigma_{2n}$
…				
n	$\omega_n\omega_2\sigma_{n1}$	$\omega_n\omega_2\sigma_{n2}$		$\omega_n^2\sigma_n^2$

随着资产组合规模的增加，资产组合收益率方差越来越多地取决于各资产间的协方

差，而受各资产本身方差的影响越来越小。

三、资产组合多元化的效果

资产组合的方差 $\sigma^2{}_P$=n 项方差+(n2 -n)项协方差

$$\sigma_i^2 = \overline{\sigma}^2$$

假设所有资产都拥有相同的方差

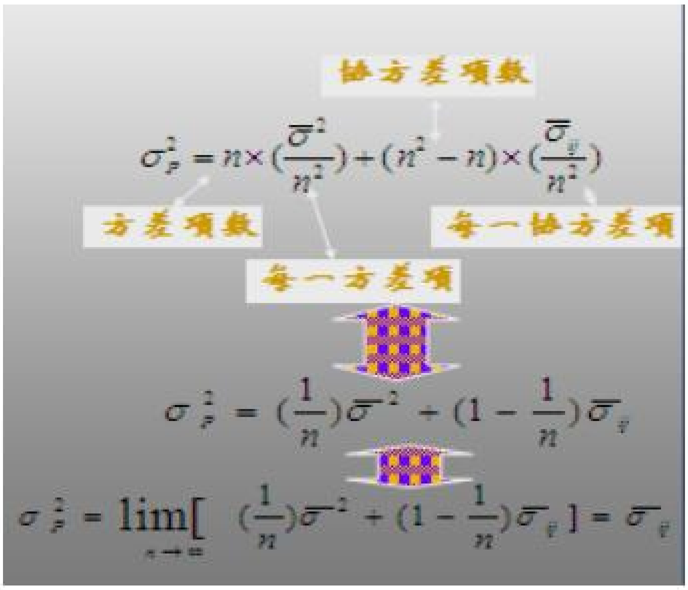
$\sigma_{ij} = \bar{\sigma}_{ij}$，

，各资产间的协方差都取同一数值

$\omega_i = 1/n$。

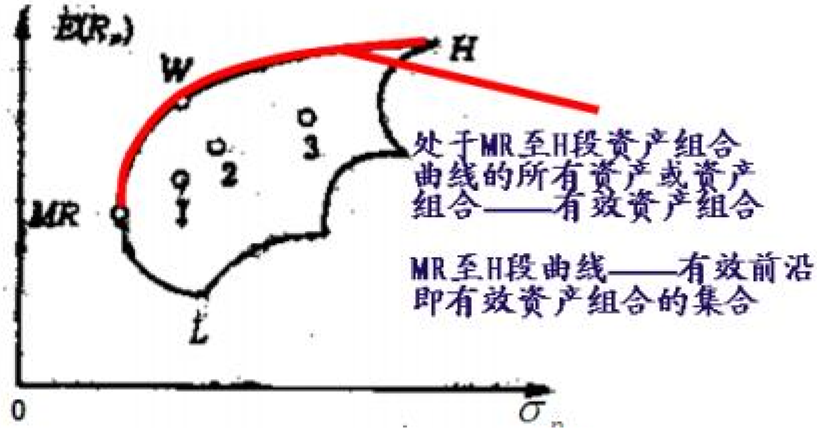
所有资产在资产组合中所占比重均等，ω

$i \backslash j$	1	2	…	n
1	$\bar{\sigma}^2/n^2$	$\bar{\sigma}_{ij}/n^2$		$\bar{\sigma}_{ij}/n^2$
2	$\bar{\sigma}_{ij}/n^2$	$\bar{\sigma}^2/n^2$		$\bar{\sigma}_{ij}/n^2$
…				
n	$\bar{\sigma}_{ij}/n^2$	$\bar{\sigma}_{ij}/n^2$		$\bar{\sigma}^2/n^2$

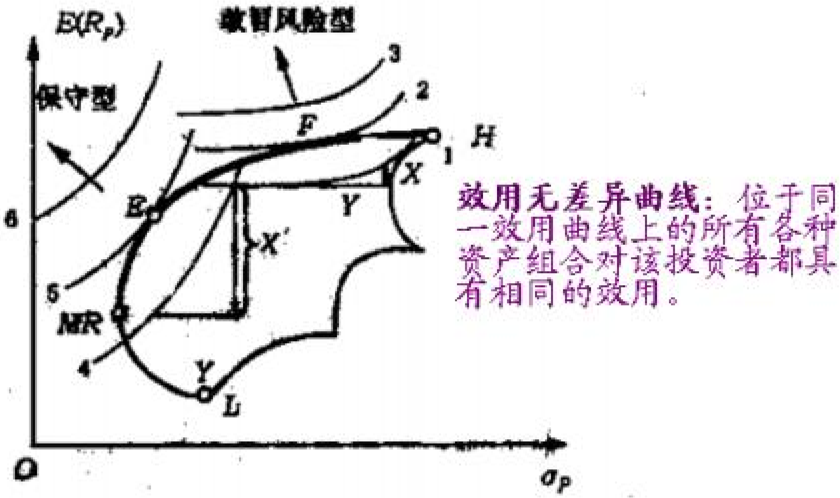


。资产组合的多元化可以把资产组合内每一资产的方差风险分散掉，但无法分散各资产 间的协方差风险。

四、多项资产有效组合和有效前沿



五、投资者对风险与收益的偏好



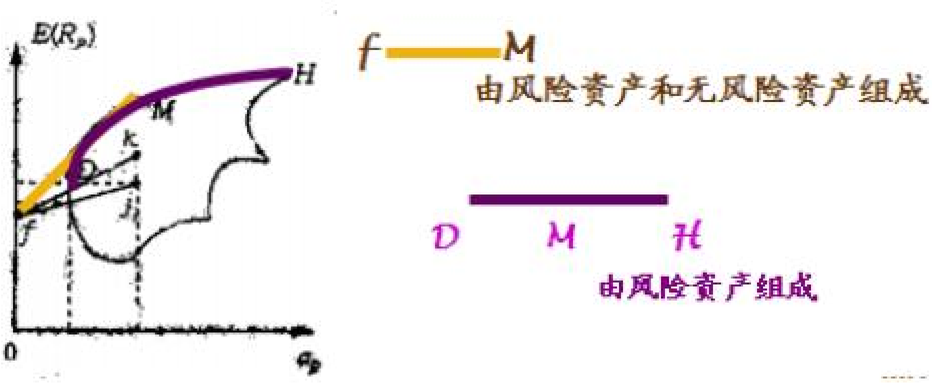
六、引入无风险资产

无风险资产：无违约风险的资产

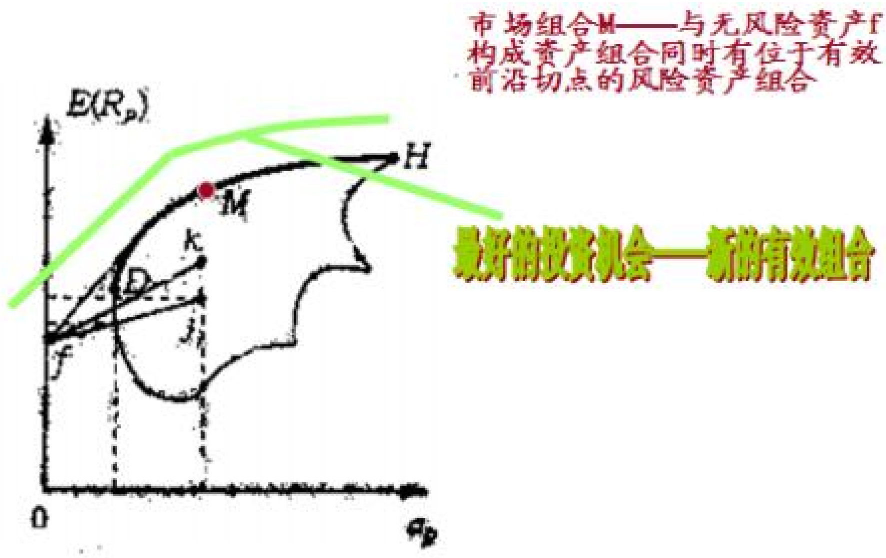
由无风险 f 与风险资产 j 所构成资产组合的期望收益率

$E(R_P)=\omega_f\times R_f+\omega_j\times R_j$ 。

资产组合收益率的标准差： $\sigma_P=\omega_j\times\sigma_j$



六、选择最佳的资产组合



八、按无风险利率的借款和贷款

贷款资产组合：市场组合+对政府的贷款

借款资产组合：借款所得资金+自有资金

【例题】

设自有资金为 1000 万元，按无风险利率 10%借入 750 万元，将 1750 万元全部投资于市

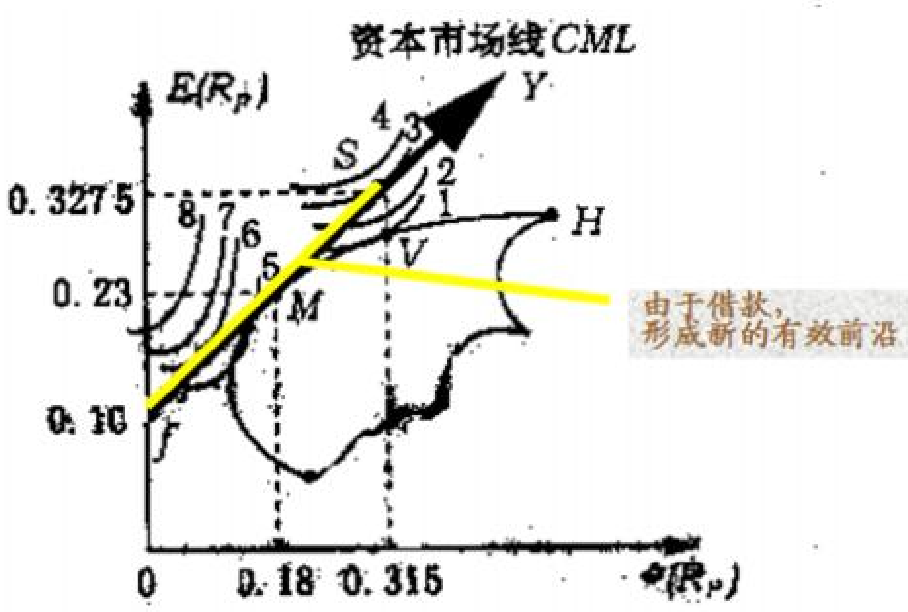
场组合 M，构成借款资产组合。计算一组合的期望收益率及其标准差？

	无风险资产 f	市场组合 M
期望收益率 E(R)	0.10	0.23
标准差σ	0.00	0.18

$$E(R_p)=(-0.75)\times 10\%+1.75\times 23\%=32.75\%$$

$$\sigma_p=1.75\times 18\%=31.5\%$$

通过借款可以将自有资金的期望收益率提高，但同时使用借款或财务杠杆也增加了收益 率的不确定性。



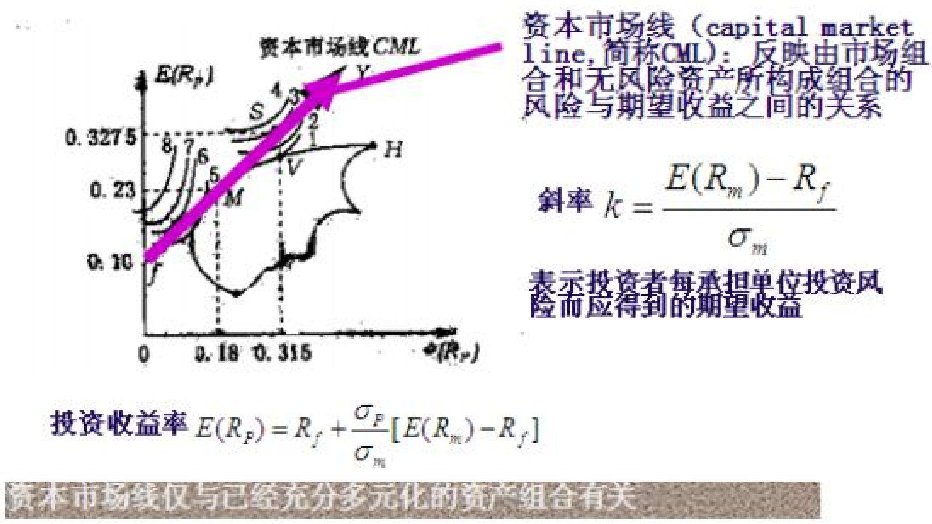
九、投资者效用和无风险资产--市场组合与分离理论

（一）市场组合 M 是一个包括所有证券并以各证券市场价值为权重的组合。

（二）分离理论：投资者作出以下两个相同独立的决策。

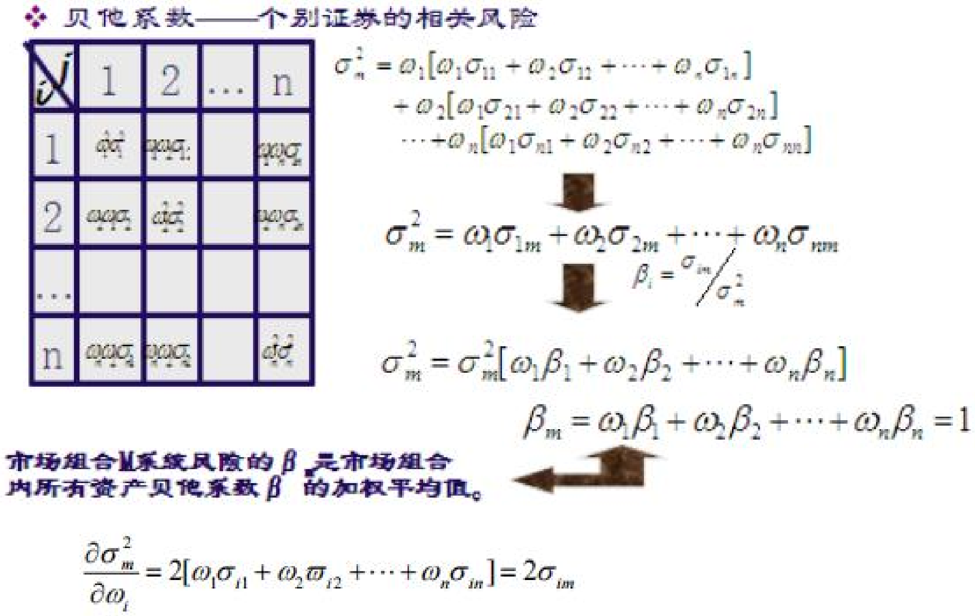
投资者通过对证券期望收益，方差以及各证券间协方差的估计形成风险资产的有效前 沿，然后使无风险资产和风险资产的组合线正好与风险资产的有效前沿相切，位于切点的风 险资产组合就是市场组合 M。 投资者必须确定如何将市场组合与无风险资产进行组合。

十、资本市场线



十一、个别证券的期望收益和风险

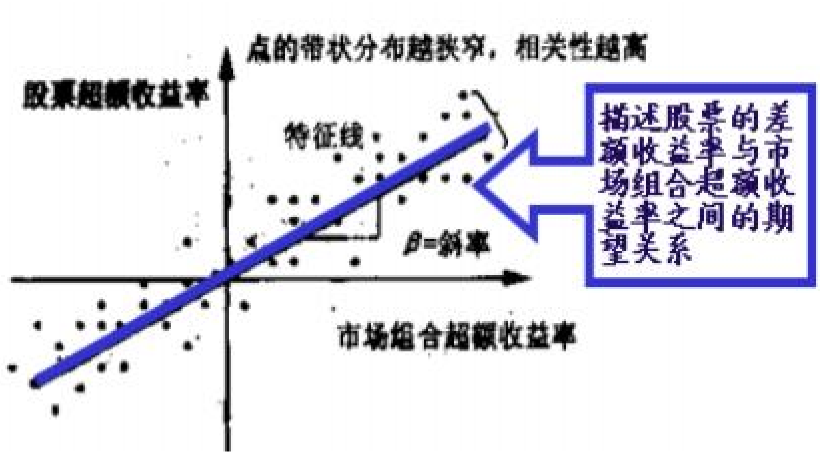
证券市场线(SML)指出个别证券的期望收益是其相关风险的函数。



一项资产对市场组合风险的贡献与该项资产收益率与市场组合收益率之间的协方差成 正比。

十二、贝他系数与特征线

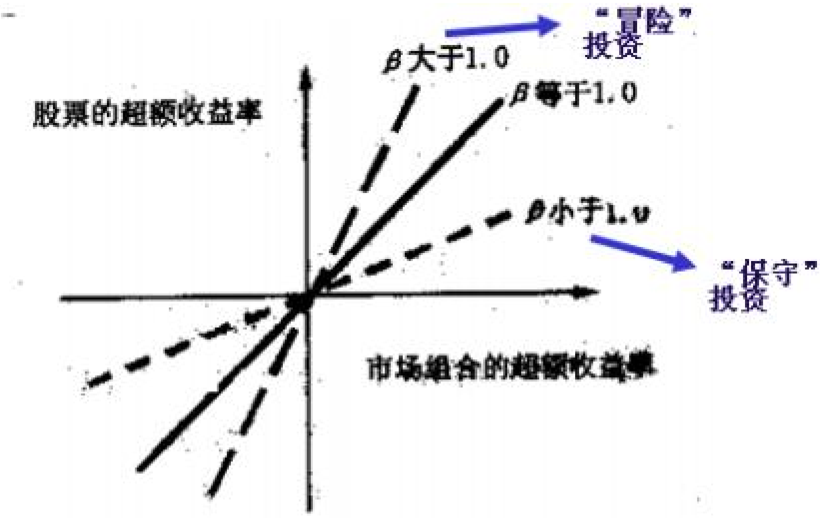
超额收益率=期望收益率-无风险利率



特征线的斜率——β是股票超额收益率的变动率与市场组合超额收益率的变动率之比。

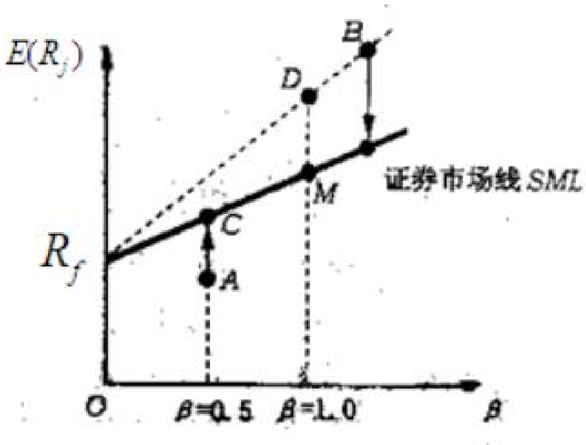
十三、单一证券的期望收益率

以时间价值形式出现的无风险利率的补偿+由β系数衡量的所承受系统风险的补偿。



十四、证券市场线

资本资产定价模型的中心思想：一种证券 的期望收益率与按其β系数度量的系统风险成正比。



资本资产定价模型CAPM基本式：

$$E(R_j) = R_f + [E(R_m) - R_f]\beta_i$$

市场风险补偿：投资者通过持有市场组合M而期望获得的额外收益，也就是证券市场线(SML)的斜率

	资本市场线（CML）	证券市场线（SML）
系统风险的衡量	标准差（对总风险的度量）	β系数
均衡市场	充分多元化的有效资产组合位于其上（其他单一证券或资产组合在其下）	所有证券和组合都在其上（仅反映其β系数表示的系统风险